



**51. TAKMIČENJE MLADIH MATEMATIČARA BOSNE I HERCEGOVINE  
FEDERALNO PRVENSTVO UČENIKA SREDNJIH ŠKOLA  
Sarajevo, 16. 4. 2011. godine**

**IV razred**

1. Neka su  $AD$  i  $BE$  simetrale unutrašnjih uglova trougla  $ABC$ . Neka su  $x$ ,  $y$  i  $z$  udaljenosti od tačke  $M$ , koja leži na segmentu  $DE$ , do stranica  $BC$ ,  $CA$  i  $AB$ , respektivno. Dokazati da vrijedi  $z = x + y$ .
2. Ako za realne brojeve  $x$  i  $y$  vrijedi da je  $(x + \sqrt{1 + y^2})(y + \sqrt{1 + x^2}) = 1$ , dokazati da vrijedi jednakost
$$(x + \sqrt{1 + x^2})(y + \sqrt{1 + y^2}) = 1.$$
3. Dokazati da je za sve prirodne brojeve  $n$  za koje je  $n + 1$  djeljivo sa 24, zbir svih pozitivnih djelioca broja  $n$  također djeljiv sa 24.  
(Npr. broj 120 je djeljiv sa 24, a svi pozitivni djeloci broja  $120 - 1 = 119$  su 1, 7, 17 i 119 i za njih vrijedi da je njihov zbir  $1 + 7 + 17 + 119 = 144$  djeljiv sa 24.)
4. Dokazati da se među svakih 6 iracionalnih brojeva mogu izabrati tri broja  $a, b, c$  takva da su brojevi  $a + b, b + c, c + a$  opet iracionalni.

Svaki zadatak vrijedi 7 bodova.

Vrijeme za rad: 3 sata i 30 minuta.

**SRETN!**