



**51. TAKMIČENJE MLADIH MATEMATIČARA BOSNE I HERCEGOVINE  
FEDERALNO PRVENSTVO UČENIKA SREDNJIH ŠKOLA  
Sarajevo, 16. 4. 2011. godine**

**III razred**

1. Odrediti vrijednosti realnog parametra  $\lambda$  za koje jednačina

$$\frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x} = \lambda$$

ima nulu sadržanu u intervalu  $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ .

2. Prirodni brojevi  $a$  i  $b$  zadovoljavaju sljedeću jednačinu  $a^3 + 4a = b^2$ . Dokazati da je broj  $a$  oblika  $2t^2$ , gdje je  $t$  prirodan broj.
3. Neka su  $AD$  i  $BE$  simetrale unutrašnjih uglova trougla  $ABC$ . Neka su  $x$ ,  $y$  i  $z$  udaljenosti od tačke  $M$ , koja leži na segmentu  $DE$ , do stranica  $BC$ ,  $CA$  i  $AB$ , respektivno. Dokazati da vrijedi  $z = x + y$ .
4. Dokazati da se među svakih 6 iracionalnih brojeva mogu izabrati tri broja  $a, b, c$  takva da su brojevi  $a + b, b + c, c + a$  opet iracionalni.

Svaki zadatak vrijedi 7 bodova.

Vrijeme za rad: 3 sata i 30 minuta.

**SRETNNO!**